

МИНИСТАРСТВО ПРОСВЕТЕ, НАУКЕ И ТЕХНОЛОШКОГ РАЗВОЈА
РЕПУБЛИКЕ СРБИЈЕ
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ
И ОШ „ЂУРА ЈАКШИЋ„ У ЗАЈЕЧАРУ



Билтен

СА ОКРУЖНОГ ТАКМИЧЕЊА
ИЗ МАТЕМАТИКЕ
ШКОЛСКЕ 2020/2021. ГОДИНЕ



У ЗАЈЕЧАРУ 25. АПРИЛА 2021. године

ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

Време одржавања: Недеља, 25.04.2021. год. у 14:00

Организатор: Актив наставника математике

Покровитељ: Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије, Друштво математичара Србије

Домаћин: Основна школа "Ђура Јакшић" Зајечар

ОРГАНИЗАЦИЈА ТАКМИЧЕЊА

Саша Војновић, директор ОШ "Ђура Јакшић" у Зајечару

Горица Перацић, наставник математике ОШ "Ђура Јакшић" у Зајечару

Милијана Ђорђевић, наставник математике ОШ "Ђура Јакшић" у Зајечару

Ана Недељковић, наставник математике ОШ "Ђура Јакшић" у Зајечару

Татјана Живковић, секретар ОШ "Ђура Јакшић" у Зајечару

Владан Милетић, наставник информатике ОШ "Ђура Јакшић" у Зајечару

ОБРАДА ПОДАТАКА, ИЗРАДА БИЛТЕНА И ДИПЛОМА

Саша Војновић, Владан Милетић

ПРОГРАМ ТАКМИЧЕЊА

12:00 – 12:30.....Умножавање тестова

13:00 – 13:45.....Пријем и распоред такмичара

14:00 – 16:30.....Израда задатака

16:45 – 18:00.....Шифровање, преглед и дешифровање радова

18:15 – 18:30.....Прелиминарни резултати

18:30 – 19:00.....Приговори

19:15.....Коначни резултати

ПРЕГЛЕД БРОЈА ПРИЈАВЉЕНИХ ТАКМИЧАРА

ШКОЛА	МЕСТО	4. РАЗРЕД	5. РАЗРЕД	6. РАЗРЕД	7. РАЗРЕД	8. РАЗРЕД	УКУПНО
ОШ „Љ. Р. Нада“	Зајечар	/	2	3	1	/	6
ОШ „Љуба Нешић“	Зајечар	8	3	6	2	/	19
ОШ „Десанка Максимовић“	Зајечар	4	1	6	2	5	18
ОШ „Хајдук Вељко“	Зајечар	2	2	1	/	1	6
ОШ „Јеремија Илић Јегор“	Рготина	/	/	1	/	/	1
ОШ „Ј.Ј. Змај“	Салаш	/	1	1	/	/	2
ОШ „Ђура Јакшић“	Зајечар	3	1	1	1	1	7
ОШ „М. Михаило“	Сокобања	3	/	3	/	/	6
ОШ „9. српска бригада“	Бољевац	2	1	5	1	3	12
ОШ „Ђ. Симеоновић“	Подгорац	1	/	/	/	/	1
ОШ „В. Караџић“	Књажевац	21	5	/	1	1	28
ОШ „Д.Т.Каплар“	Књажевац	3	4	9	2	2	20
Σ		47	20	36	10	13	126

ЦЕНТРАЛНА КОМИСИЈА И ПОДКОМИСИЈА ЗА ПРИГОВОРЕ
4. РАЗРЕД

ИМЕ И ПРЕЗИМЕ	ШКОЛА
1. Наталија Милетић	ОШ „Д. Т. Каплар“ Књажевац
2. Јасна Чигоја	ОШ „9 српска бригада“ Бољевац
3. Соња Котовић	ОШ „Хајдук Вељко“ Зајечар

ЦЕНТРАЛНА КОМИСИЈА И ПОДКОМИСИЈА ЗА ПРИГОВОРЕ
5-8. РАЗРЕД

ИМЕ И ПРЕЗИМЕ	ШКОЛА
1. Данијела Милосављевић	ОШ „Д. Т. Каплар“ Књажевац
2. Љиљана Марковић	ОШ „Хајдук Вељко“ Зајечар
3. Марина Петровић	ОШ „9 српска бригада“ Бољевац
4. Анета Николић	ОШ „М. Михаило“ Сокобања

УМНОЖАВАЊЕ ТЕСТОВА

ИМЕ И ПРЕЗИМЕ	ШКОЛА
Марија Никодијевић	ОШ „Љубица Радосављевић Нада“ Зајечар
Љиљана Марковић	ОШ „Хајдук Вељко“ Зајечар
Милијана Ђорђевић	ОШ „Ђура Јакшић“ Зајечар
Саша Војновић	ОШ „Ђура Јакшић“ Зајечар

ДЕЖУРНИ НАСТАВНИЦИ

УЧИОНИЦА БР. 1		
	Име и презиме наставника	Школа
1.	Маријана Радовановић	ОШ „Д. Т. Каплар“ Књажевац

УЧИОНИЦА БР. 2		
	Име и презиме наставника	Школа
1.	Иванка Станковић	ОШ „Д. Т. Каплар“ Књажевац

УЧИОНИЦА БР. 3		
	Име и презиме наставника	Школа
1.	Ивана Кос	ОШ „Вук Караџић“ Књажевац

УЧИОНИЦА БР. 4		
	Име и презиме наставника	Школа
1.	Емануела Милетић	ОШ „Вук Караџић“ Књажевац

УЧИОНИЦА БР. 5		
	Име и презиме наставника	Школа
1.	Маја Лазаревић	ОШ „Вук Караџић“ Књажевац

УЧИОНИЦА БР. 6		
	Име и презиме наставника	Школа
1.	Анета Николић	ОШ „М. Михаило“ Сокобања

УЧИОНИЦА БР. 7		
	Име и презиме наставника	Школа
1.	Љубинка Колчић	ОШ „Хајдук Вељко“ Зајечар

УЧИОНИЦА БР. 8		
	Име и презиме наставника	Школа
1.	Данијела Милутиновић	ОШ „Ђура Јакшић“ Зајечар

УЧИОНИЦА БР. 9		
	Име и презиме наставника	Школа
1	Тања Антић	ОШ „Ј. Ј. Змај“ Салаш

**КОМИСИЈЕ ЗА ШИФРОВАЊЕ, ДЕШИФРОВАЊЕ И ПРЕГЛЕД РАДОВА
ЧЕТВРТИ РАЗРЕД**

	Име и презиме наставника	Школа
1.	Наталија Милетић	ОШ „Д. Т. Каплар“ Књажевац
2.	Тихомир Начев	ОШ „Љуба Нешић“ Зајечар
3.	Ирена Милановић	ОШ „Вук Караџић“ Књажевац
4.	Јасна Чигоја	ОШ „9 српска бригада“ Бољевац
5.	Соња Котовић	ОШ „Хајдук Вељко“ Зајечар

ПЕТИ РАЗРЕД

	Име и презиме наставника	Школа
1.	Данијела Милосављевић	ОШ „Д. Т. Каплар“ Књажевац
2.	Тања Савић Панчић	ОШ „Љуба Нешић“ Зајечар
3.	Тања Антић	ОШ „Ј. Ј. Змај“ Салаш

ШЕСТИ РАЗРЕД

	Име и презиме наставника	Школа
1.	Љиљана Марковић	ОШ „Хајдук Вељко“ Зајечар
2.	Ана Недељковић	ОШ „Ђура Јакшић“ Зајечар
3.	Слађана Николић	ОШ „Љ. Р. Нада“ Зајечар

СЕДМИ РАЗРЕД

	Име и презиме наставника	Школа
1.	Марина Петровић	ОШ „9 српска бригада“ Бољевац
2.	Марија Никодијевић	ОШ „Љ. Р. Нада“ Зајечар
3.	Љубинка Калчић	ОШ „Хајдук Вељко“ Зајечар

ОСМИ РАЗРЕД

	Име и презиме наставника	Школа
1.	Драгана Милошевић	ОШ „Десанка Максимовић“ Зајечар
2.	Бојан Благојевић	ОШ „Вук Караџић“ Књажевац
3.	Анета Николић	ОШ „М. Михаило“ Сокобања

Министарство просвете, науке и технолошког развоја
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

Окружно такмичење из математике
ученика основних школа

21.03.2021.

IV разред

1. На три полице у Вериној соби распоређено је 167 књига. Вера је на трећу полицу ставила нове 23 књиге. Затим је са треће полице пребацила на прву полицу 26 књига, а све књиге са друге полице поклонила свратишту за напуштenu децу. Након тога је на све три полице укупно остало 135 књига. Колико књига је Вера поклонила свратишту за напуштenu децу?
2. а) Колико квадрата можеш да нацрташ тако да су им темена по четири тачке приказане на цртежу?
б) Израчунај површину сваког од тих квадрата ако је растојање између две суседне тачке 5 mm.
3. За нумерацију једне књиге употребљено је 540 цифара. Колико страница има та књига, ако је свака страна нумерисана неким бројем?
4. Док Аца поједе две трешње, Бора поједе пет, а док Бора поједе три трешње, Воја поједе седам трешања. Аца и Воја укупно појели 82 трешње. Колико је трешања за то време појео Бора?
5. У низ је написано 11 бројева тако да је збир свака три узастопна броја једнак 18. При томе је збир свих 11 бројева једнак 64. Који је средишњи (шести) број у овом низу?

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.

Израда задатака траје 150 минута.

Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

IV РАЗРЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа.
Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

1. (МЛ 55/2) Када Вера стави нове 23 књиге на трећу полицу онда ће укупно на све три полице бити $167 + 23 = 190$ књига [5 поена]. Вера је поклонила свратишту за напуштenu децу онолико књига за колико се смањио укупан број књига на све три полице након што је поклонила књиге, тј. $190 - 135 = 55$ књига [15 поена].

2. (МЛ 55/2) а) Квадрата има 6 и то су: 4 квадрата странице 5mm [4 поена], 1 квадрат странице 10 mm [1 поен] и квадрат дат на слици [5 поена].



б) Површине квадрата странице 5 mm су по 25 mm^2 [2 поена]. Површина квадрата странице 10 mm је 100 mm^2 [3 поена]. Површина квадрата са слике је 50 mm^2 [5 поена].

3. За нумерацију једноцифреним бројевима употребљено је 9 цифара [2 поена], а двоцифреним бројевима $90 \cdot 2 = 180$ цифара [3 поена]. Дакле, преостала је још $540 - (9 + 180) = 351$ цифра [2 поена] за нумерацију троцифреним бројевима. Од 351 цифре може се написати $351 : 3 = 117$ троцифрених бројева [7 поена]. Дакле, књига има $9 + 90 + 117 = 216$ страна [6 поена].

4. За време док Бора поједе 15 трешања, Аца поједе $3 \cdot 2 = 6$ трешања [5 поена], а Воја $5 \cdot 7 = 35$ трешања [5 поена]. Дакле, док Бора поједе 15 трешања, Аца и Воја укупно поједу 41 трешњу. Да би појели 82 трешње треба да поједу још 41 трешњу. За то време ће Бора појести још 15 трешања, па закључујеш да Бора поједе $15 + 15 = 30$ трешања [10 поена] док Аца и Воја поједу 82 трешње.

5. Нека су бројеви у низу, редом: A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K. Бројеве у низу можеш да групишеш на следећи начин [5 поена]:

$$\begin{array}{cccccccccccc} A & B & C & D & E & F & G & H & I & J & K \\ \hline & & & & & 18 & & 18 & & & \\ \hline 18 & & & & 18 & & & & & & \end{array}$$

Збир свих груписаних бројева је $4 \cdot 18 = 72$ [3 поена]. У овим збировима сваки број учествује једанпут, осим средишњег броја у низу који се јавља два пута [6 поена]. Дакле, $72 = (A + B + C + D + E + F + G + H + I + J + K) + F = 64 + F$, одакле је $F = 8$ [6 поена].

Министарство просвете, науке и технолошког развоја
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

Окружно такмичење из математике
ученика основних школа

21.03.2021.

V разред

1. За сва дечија обданишта у једном граду треба обезбедити дневно 120 kg поморанџи, 260 kg банана и 380 kg јабука.
а) Колико највише обданишта може да постоји у том граду ако се у свако распоређује по иста количина од сваке врсте воћа (Број килограма сваке распоређене врсте воћа је природан број)?
б) Колико лимуна треба обезбедити за сва та обданишта ако се троши пет пута мање лимуна него поморанџи и јабука укупно?
2. Угао α је већи од свог комплементног угла тачно за онолико за колико је мањи од свог суплементног угла. Израчунати угао α .
3. Један пешчани сат мери 10 минута (пресипање песка из једног у други део траје 10 минута), а други 7 минута. Како се коришћењем ова два сата може измерити 23 минута?
4. Ана је записала све бројеве дељиве са 2 од 2 до 2022, редом један за другим без раздвајања. Која цифра се налази на 2021. месту?
5. Одреди највећи заједнички делилац за бројеве $n = 111111$ (6 јединица) и $m = 111111111$ (9 јединица).

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.

Израда задатака траје 150 минута.

Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

V РАЗРЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа.
Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

1. (МЛ 55/2) а) Како је $\text{НЗД}(120, 260, 380) = 20$ [4 поена], то у граду највише може да буде 20 обданишта [6 поена].
б) Поморанџи и јабука укупно се троши 500 kg, па је потребно обезбедити $500 \text{ kg} : 5 = 100 \text{ kg}$ лимуна дневно [10 поена].
2. Из $\alpha - (90^\circ - \alpha) = (180^\circ - \alpha) - \alpha$ [8 поена] добијамо $2\alpha - 90^\circ = 180^\circ - 2\alpha$ [5 бодова], тј. $4\alpha = 270^\circ$ [5 поена], одакле је $\alpha = 67^\circ 30'$ [2 поена].
3. Једно решење је следеће: Истовремено се покрену оба сата, па се после 7 минута зауставе (када истекне песак из мањег сата). У већем сату је преостало песка за 3 минута. Тражено време се мери тако што прво пустимо преостала 3 минута да истекну из већег сата, а затим још 2 пута се измери по 10 минута већим сатом [20 поена].
4. Једноцифрени парни бројеви заузели су 4 места у низу [1 поен], двоцифрени парни заузели су $45 \cdot 2 = 90$ места [2 поена], а троцифрени парни $450 \cdot 3 = 1350$ места [2 поена]. Дакле, ови бројеви укупно су заузели $4 + 90 + 1350 = 1444$ места [2 поена]. До 2021. места потребно је исписати још $2021 - 1444 = 577$ цифара. Како је $577 = 4 \cdot 144 + 1$, то се помоћу њих може написати 144 парних четвороцифрених бројева [7 поена], а на 2021. месту биће прва цифра 145. парног четвороцифреног броја. Како је 145. парни четвороцифрени број 1288, то је тражена цифра 1 [6 поена].
5. Имамо да је $n = 111 \cdot 1001$ и $m = 111 \cdot 1001001$, па је 111 заједнички делилац бројева n и m [10 поена]. Како је $1001 = 7 \cdot 11 \cdot 13$ и како број 1001001 није дељив ни са једним од ових бројева, то је $\text{НЗД}(n, m) = 111$ [10 поена].

Министарство просвете, науке и технолошког развоја
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

Окружно такмичење из математике ученика основних школа

21.03.2021.

VI разред

- Одреди рационалан број са имениоцем 7 који је мањи од $-\frac{5}{19}$, а већи од $-\frac{6}{19}$.
- Филип је написао неколико различитих природних бројева чији је збир једнак 100, користећи при томе само две различите цифре. Колико је највише бројева могао да напише Филип?
- У једној кутији се налазе куглице плаве, зелене и црвене боје. Познато је да је потребно да се извуче 11 куглица да бисмо били сигурни да се међу њима налазе куглице све три боје. Потребно је да се извуче 10 куглица да међу њима буде бар једна куглица зелене боје. Да би се међу извученим куглицама налазила бар једна куглица црвене боје, потребно је да се извуче бар 8 куглица. Колико куглица плаве, колико црвене, а колико зелене боје има у кутији?
- Једно одељење је пошло на бициклистичку туру. Прву паузу су направили када су прешли $\frac{2}{7}$ планираног пута. После 54 km поново су направили паузу. Тада су прешли $\frac{7}{11}$ пута. Колико километара је износио планирани пут?
- Симетрала унутрашњег угла код темена А троугла ABC сече страницу BC у тачки D. Нека је E унутрашња тачка странице AB при чему је $\angle ADB = 94^\circ$, $\angle ACE = 38^\circ$ и $\angle CEB = 84^\circ$. Одредити која је најкраћа, а која најдужа страница троугла ABC.

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.

Израда задатака траје 150 минута.

Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

VI РАЗРЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа.
Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

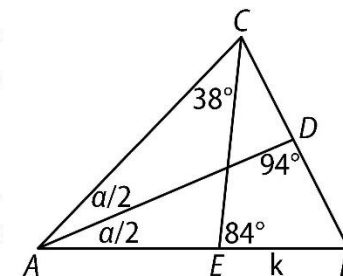
1. (МЛ 55/2) Из $-\frac{5}{19} > \frac{x}{7} > -\frac{6}{19}$ налазимо $-35 > 19x > -42$ [10 поена], одакле следи да је $x = -2$, па је тражени број $-\frac{2}{7}$ [10 поена].

2. Постоји 6 бројева мањих од 100 у чијем се запису користе две различите цифре a и b : a , b , $\overline{aa}$, $\overline{ab}$, $\overline{ba}$, $\overline{bb}$ [3 поена]. Њихов збир је $a + b + (10a + a) + (10a + b) + (10b + a) + (10b + b) = 23 \cdot (a + b)$, па не може бити једнак 100 јер број 100 није дељив са 23 [5 поена]. Дакле, Филип није могао да напише 6 бројева [4 поена]. Пет бројева је могао да напише јер је, на пример, $1 + 6 + 11 + 16 + 66 = 100$ [8 поена].

3. Нека је p број плавих, z број зелених, а c број црвених куглица. Како се међу 8 извучених куглица налази 1 црвена, то је $p + z = 7$ [4 поена]. Слично је $p + c = 9$ [4 поена]. Ако се међу 11 извучених куглица налазе куглице све три боје, онда их међу 10 не мора бити, тј. свих 10 могу бити у две боје, то је $c + z = 10$ [6 поена]. Сабирајући ове једнакости добијамо $p + z + c = 13$ [3 поена], па је $p = 3$, $z = 4$ и $c = 6$ [3 поена].

4. Нека је x дужина планираног пута. Из $\left(\frac{7}{11} - \frac{2}{7}\right) \cdot x = 54$ [8 поена], добијамо $\frac{27}{77} \cdot x = 54$ [6 поена], па је $x = 154$ km [6 поена].

5. Из троугла AEC налазимо да је $\alpha + 38^\circ = 84^\circ$, па је $\alpha = 46^\circ$ [8 поена]. Из троугла ABD добијамо $\beta = 180^\circ - \left(94^\circ + \frac{\alpha}{2}\right) = 63^\circ$ [4 поена], а из троугла ABC је $\gamma = 180^\circ - (\alpha + \beta) = 71^\circ$ [4 поена]. Дакле, најкраћа је страница BC, а најдужа AB [4 поена].



Министарство просвете, науке и технолошког развоја
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

Окружно такмичење из математике
ученика основних школа

21.03.2021.

VII разред

1. Упореди вредност израза $\frac{36 \cdot (-6)^2 \cdot 3^6}{12^3 \cdot 3^5}$ и број $\sqrt{\frac{79}{25}}$.
2. Шеснаест радника је за 5 дана завршило $\frac{4}{9}$ неког посла. Колико радника треба још ангажовати да би преостали део посла, радећи истим темпом, завршили за 4 дана?
3. У једнакокракоправоугли троугао ABC са катетама $AC = BC = 1$ cm уписана је полукружница k са центром O на катети AC . Ова полукружница садржи теме C и додирује хипотенузу AB . Одреди дужину полупречника r ове полукружнице.
4. У трапезу $ABCD$ краци су $AD = 3$ cm и $BC = 4$ cm, краћа основица $DC = 4$ cm и дијагонала $AC = 4$ cm. Одреди дужину дијагонале BD .
5. На полицу треба распоредити девет различитих књига означених бројевима од 1 до 9. На колико начина је то могуће да се уради тако да:
а) књига 1 и књига 2 буду једна до друге?
б) књига 1 и књига 2 не буду једна до друге?

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.

Израда задатака траје 150 минута.

Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

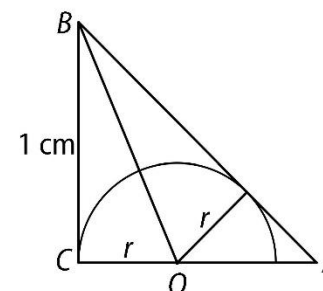
VII РАЗРЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа.
Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

1. (МЛ 55/2) $\frac{36 \cdot (-6)^2 \cdot 3^6}{12^3 \cdot 3^5} = \frac{9}{4}$ [8 поена]. Како је $\frac{81}{16} > \frac{79}{25}$ (јер је $2025 = 81 \cdot 25 > 16 \cdot 79 = 1264$), то је $\frac{36 \cdot (-6)^2 \cdot 3^6}{12^3 \cdot 3^5} > \sqrt{\frac{79}{25}}$ [12 поена].

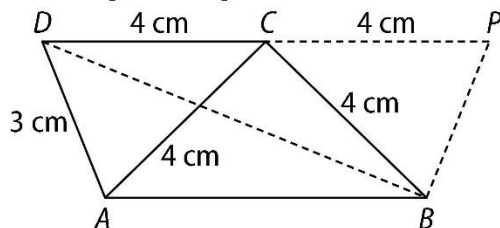
2. 16 радника је за један дан урадило $\frac{4}{45}$ посла [3 поена]. Да би радници за 4 дана завршили $\frac{5}{9}$ посла, они дневно треба да ураде $\frac{5}{36}$ посла [3 поена]. Ако са x означимо број радника потребних да се посао заврши за 4 дана, онда важи $16 : x = \frac{4}{45} : \frac{5}{36}$ [8 поена], одакле је $x = 25$ [4 поена]. Дакле, потребно је ангажовати још $25 - 16 = 9$ радника [2 поена].

3. Могу се изразити површине троуглова AOB , OCB и ACB : $P_{\triangle AOB} = \frac{AB \cdot r}{2} = \frac{r\sqrt{2}}{2}$ [3 поена], $P_{\triangle OCB} = \frac{r}{2}$ [3 поена], $P_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}$ [3 поена]. Како је $P_{\triangle AOB} + P_{\triangle OCB} = P_{\triangle ABC}$, следи да је $\frac{r\sqrt{2}}{2} + \frac{r}{2} = \frac{1}{2}$ [8 поена], тј.
 $r = \frac{1}{1+\sqrt{2}}$ cm $= (\sqrt{2} - 1)$ cm [3 поена].



4. Нека је P тачка праве DC таква да је $CP = 4$ cm. Тада је $CP = CB$ и $CD = CB$, па су троуглови BCD и BSP једнакокраки и $\angle CBP = \angle CPB$ и $\angle CDB = \angle CBD$, па је $\angle DBP = \angle DBC + \angle CBP = \frac{\angle BCP}{2} + \frac{\angle BCD}{2} = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$

[8 поена]. Из подударности троуглова DAC и PBC може се закључити да је $PB = 3$ cm [5 поена]. По Питагориној теореме налазимо да је $DB = \sqrt{DP^2 - PB^2} = \sqrt{55}$ cm [7 поена].



5. а) Књиге 1 и 2 посматрајмо као једну. Преосталих седам књига и ова (1, 2) могу се распоредити на $8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$ начина [6 поена]. Како се књиге 1 и 2 могу распоредити на 2 начина, укупан број начина је $2 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$ [4 поена].

б) Свих 9 књига могу се распоредити на $9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$ начина [4 поена]. Ако од овог броја одузмемо број распореда када су књиге 1 и 2 суседне, добијамо број распореда када књиге 1 и 2 нису суседне: $9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 - 2 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 7 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$ [6 поена].

Напомена: Не очекује се од ученика да израчунају вредности израза $9!$ и $8!$, као ни израза у којима они учествују.

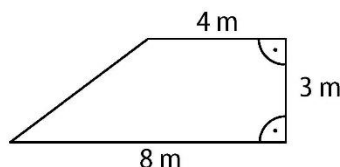
Министарство просвете, науке и технолошког развоја
ДРУШТВО МАТЕМАТИЧАРА СРБИЈЕ

Окружно такмичење из математике
ученика основних школа

21.03.2021.

VIII разред

1. За основу бетонског стуба, стуб је облика праве призме, потребно је ископати јаму дубоку 1,5 m (основа приказана на слици). За колико сати ће јаму ископати три радника ако сваки од њих ископа $0,75 \text{ m}^3$ за 1 час?



2. Бочна страна правилне троугране пирамиде је једнакокраки троугао са углом од 30° при врху. Дужина бочне ивице је 8 cm. Израчунати површину те пирамиде.
3. Одреди целе бројеве x и y тако да важи $2019x^4 + 2020y^4 = 2021^{2021}$.
4. Од 10 различитих цветова треба направити букет у коме се налазе бар два цвета. На колико начина се то може направити?
5. Решити једначину $|2x + 21| - |x - 20| = 2021$.

Сваки задатак се бодује са по 20 бодова.

Израда задатака траје 150 минута.

Решење сваког задатка кратко и јасно образложити.

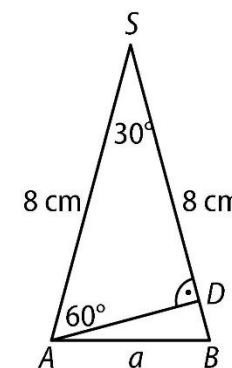
VIII РАЗРЕД

Признавати сваки тачан поступак који се разликује од кључа.
Бодовање прилагодити конкретном начину решавања.

1. (МЛ 55/2) Запремина јаме је $\frac{8 \text{ m} + 4 \text{ m}}{2} \cdot 3 \text{ m} \cdot 1,5 \text{ m} = 27 \text{ m}^3$ [10 поена]. Три радника за један час ископају $2,25 \text{ m}^3$ земље [2 поена], па ће читаву земљу ископати за $27 : 2,25 = 12$ часова [8 поена].

2. Означимо са a основну ивицу пирамиде $ABCS$. Површина бочне стране ABS једнака је $\frac{BS \cdot AD}{2} =$

16 cm^2 [6 поена], па је површина омотача пирамиде $M = 3 \cdot 16 \text{ cm}^2 = 48 \text{ cm}^2$ [2 поена]. У троуглу ADS имамо да је $DS = \sqrt{AS^2 - AD^2} = 4\sqrt{3} \text{ cm}$, па из троугла ABD је $a^2 = AD^2 + DB^2 = 16 + (8 - 4\sqrt{3})^2 = 64 \cdot (2 - \sqrt{3}) \text{ cm}^2$ [5 поена], па је површина основе пирамиде $B = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = 16 \cdot (2\sqrt{3} - 3) \text{ cm}^2$ [2 поена],



а површина пирамиде $P = B + M = 32\sqrt{3} \text{ cm}^2$ [5 поена]

3. Последња цифра четвртог степена целог броја може да буде 0, 1, 5 или 6 [4 поена], па последња цифра броја $2019x^4$ може да буде 0, 9, 5 или 4 [4 поена], а броја $2020y^4$ је 0 [2 поена]. Дакле, последња цифра израза $2019x^4 + 2020y^4$ је 0, 9, 5 или 4 [6 поена]. Последња цифра броја 2021^{2021} је 1 [2 поена], па дата једначина нема решења у скупу целих бројева [2 поена].

4. Израчунајмо прво на колико начина се може изабрати 0, 1, 2, ..., 9 или свих 10 цветова. Ако један цвет изаберемо, означимо га са 1, а ако га не изаберемо, означимо га са 0. За сваки цвет постоје две могућности, 0 или 1, па је број избора $\underbrace{2 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 2}_{10} = 2^{10}$ [6 поена]. Од

овог броја треба да одузмемо оне изборе у којима нема ниједног цвета, а то је само један избор, и оне у којима је по један цвет, а то је десет избора [6 поена]. Дакле, укупан број начина на који можемо да изберемо букет је $2^{10} - 10 - 1 = 1013$ [8 поена].

5. Како је $|2x+21| = \begin{cases} 2x+21, & x \geq -10,5 \\ -2x-21, & x < -10,5 \end{cases}$ и $|x-20| = \begin{cases} x-20, & x \geq 20 \\ 20-x, & x < 20 \end{cases}$

[5 поена], разликујемо три случаја:

1°) За $x \geq 20$ добијамо једначину $2x + 21 - x + 20 = 2021$, чије је решење $x = 1980$ [5 поена].

2°) За $-10,5 \leq x < 20$ добијамо једначину $-2x - 21 - x + 20 = 2021$, чије је решење $x = -\frac{2022}{3}$. Како је $-\frac{2022}{3} < -10,5$ у овом случају немамо

решења [5 поена].

3°) За $-10,5 < x$ добијамо једначину $-2x - 21 - 20 + x = 2021$, чије је решење $x = -2062$ [5 поена].

Дакле, решења једначине су $x \in \{-2062, 1980\}$.

ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

ОСНОВНИХ ШКОЛА

РЕЗУЛТАТИ

4. РАЗРЕД

РБ	Шифра	Име и презиме ученика	Школа	Место	Наставник	Бодови						Награда
						1.	2.	3.	4.	5.	УКУПНО	
1.	413	Лука Родић	ОШ "Љуба Нешић"	Зајечар	Тихомир Начев	20	10	20	20	11	81	I
2.	433	Вук Петковић	ОШ „Д.Т.Каплар“	Књажевац	Мирјана Радовановић	20	20	20	0	20	80	I
3.	437	Вељко Иликић	ОШ “Ђорђе Симеонових”	Подгорац	Ана Пајкић	20	6	20	0	20	66	II
4.	419	Лена Рајковић	ОШ “Вук Караџић”	Књажевац	Емануела Милетић	20	15	20	0	6	61	II
5.	417	Милош Милетић	ОШ „Вук Караџић“	Књажевац	Ивана Кос	20	20	15	0	6	61	II
6.	432	Хосе Годај	ОШ „Д. Максимовић“	Зајечар	Снежана Митић	20	10	20	10	0	60	II
7.	420	Сара Степић	ОШ „Вук Караџић“	Књажевац	Емануела Милетић	20	15	20	0	0	55	III
8.	409	Ања Радовановић	ОШ „Вук Караџић“	Књажевац	Емануела Милетић	20	15	20	0	0	55	III
9.	414	Неда Милијев	ОШ "Љуба Нешић"	Зајечар	Тихомир Начев	20	6	20	0	6	52	III
10.	402	Јаков Илић	ОШ „Вук Караџић“	Књажевац	Емануела Милетић	20	6	20	0	5	51	III
11.	418	Ана Ранђеловић	ОШ „Вук Караџић“	Књажевац	Ивана Кос	20	10	20	0	0	50	III
12.	429	Матеја Јокић	ОШ „Ђура Јакшић“	Зајечар	Данијела Милутиновић	20	10	20	0	0	50	III
13.	408	Михајло Мартић	ОШ „Вук Караџић“	Књажевац	Емануела Милетић	20	15	5	0	6	46	Похвала
14.	431	Дуња Д. Николић	ОШ „Ђура Јакшић“	Зајечар	Драгана Стојановић	20	6	20	0	0	46	Похвала
15.	439	Милош Ристић	ОШ „Хајдук Вељко“	Зајечар	Соња Котовић	20	6	20	0	0	46	Похвала
16.	407	Ђурђина Михајловић	ОШ „Вук Караџић“	Књажевац	Емануела Милетић	20	10	14	0	0	44	Похвала
17.	401	Велимир Милетић	ОШ „Вук Караџић“	Књажевац	Емануела Милетић	20	15	5	0	0	40	Похвала
18.	421	Даница Филиповић	ОШ „Вук Караџић“	Књажевац	Ирена Милановић	0	20	20	0	0	40	Похвала
19.	410	Угљеша Николић	ОШ "Љуба Нешић"	Зајечар	Тихомир Начев	20	20	0	0	0	40	Похвала
20.	406	Јања Лазаревић	ОШ „Вук Караџић“	Књажевац	Емануела Милетић	20	4	14	0	0	38	
21.	427	Мара Пауновић	ОШ „Д. Максимовић“	Зајечар	Снежана Стефановић Шоршокановић	20	10	8	0	0	38	
22.	426	Душан Николић	ОШ „Д. Максимовић“	Зајечар	Снежана Стефановић Шоршокановић	10	7	20	0	0	37	
23.	423	Валентина Милојевић	ОШ „Вук Караџић“	Књажевац	Ирена Милановић	0	10	20	0	6	36	
24.	416	Софија Голубовић	ОШ "Љуба Нешић"	Зајечар	Љиљана Јанковић	20	15	0	0	0	35	

25.	405	Јана Милановић	ОШ „Вук Караџић“	Књажевац	Емануела Милетић	20	1	10	0	0	31	
26.	404	Павле Бабић	ОШ „Вук Караџић“	Књажевац	Емануела Милетић	20	6	5	0	0	31	
27.	412	Алекса Кржан	ОШ "Љуба Нешић"	Зајечар	Тихомир Начев	20	10	0	0	0	30	
28.	438	Ђорђе Ранђеловић	ОШ „Вук Караџић“	Књажевац	Дијана Миловановић	20	6	2	0	0	28	
29.	428	Драгош Јевтић	ОШ „Д. Максимовић“	Зајечар	Снежана Стефановић Шоршокановић	20	6	2	0	0	28	
30.	415	Сара Соколовић	ОШ "Љуба Нешић"	Зајечар	Љиљана Јанковић	20	6	2	0	0	28	
31.	434	Ена Сотировић	ОШ „Д.Т.Каплар“	Књажевац	Наталија Милетић	20	5	0	0	0	25	
32.	411	Тамара Тошић	ОШ "Љуба Нешић"	Зајечар	Весна Маринков	20	5	0	0	0	25	
33.	422	Јана Јовановић	ОШ „Вук Караџић“	Књажевац	Ирена Милановић	0	10	14	0	0	24	
34.	403	Ђорђе Раденковић	ОШ „Вук Караџић“	Књажевац	Емануела Милетић	0	2	20	0	0	22	
35.	425	Алекса Радокановић	ОШ „Вук Караџић“	Књажевац	Ивана Кос	20	0	0	0	0	20	
36.	430	Стефан Ђуров	ОШ „Ђура Јакшић“	Зајечар	Данијела Милутиновић	0	6	14	0	0	20	
37.	424	Лена Радокановић	ОШ „Вук Караџић“	Књажевац	Ивана Кос	0	10	2	0	6	18	
38.	436	Душан Милутиновић	ОШ “9.српска бригада”	Бољевац	Јорданка Милосављевић	0	6	12	0	0	18	
39.	435	Теодора Мијуџић	ОШ “9.српска бригада”	Бољевац	Јасна Чигоја	0	6	0	0	0	6	
40.	440	Нина Ђурић	ОШ, Хајдук Вељко"	Зајечар	Снежана Маријановић	0	0	0	0	6	6	

ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
ОСНОВНИХ ШКОЛА
РЕЗУЛТАТИ
5. РАЗРЕД

РБ	Шифра	Име и презиме ученика	Школа	Место	Наставник	Бодови						Награда
						1.	2.	3.	4.	5.	УКУПНО	
1.	501	Никола Спасић	ОШ "Љуба Нешић"	Зајечар	Тања Савић Панчић	20	0	20	20	20	80	I
2.	507	Андреа Вукадиновић	ОШ „Љ. Р.Нада“	Зајечар	Слађана Николић	20	0	20	20	20	80	I
3.	511	Ива Милутиновић	ОШ „Д.Т.Каплар“	Књажевац	Весна Богдановић	10	15	20	20	0	65	II
4.	506	Стефани Тренкеш	ОШ „Ј.Ј. Змај“	Салаш	Тања Антић	20	0	20	0	20	60	II
5.	502	Михајло Рајковић	ОШ "Љуба Нешић"	Зајечар	Ивана Глишић	20	0	20	6	0	46	III
6.	509	Нађа Никић	ОШ „Д.Т.Каплар“	Књажевац	Данијела Милосављевић	10	0	20	0	10	40	III
7.	514	Теодора Игњатовић	ОШ, Хајдук Вељко"	Зајечар	Љубинка Калчић	20	0	20	0	0	40	III
8.	503	Алесандро Панић	ОШ "Љуба Нешић"	Зајечар	Тања Савић Панчић	20	0	20	0	0	40	III
9.	518	Петар Бунџ	ОШ „Вук Караџић“	Књажевац	Маја Савић	16	0	20	0	0	36	III
10.	508	Александра Станковић	ОШ „Љ. Р.Нада“	Зајечар	Тијана Јовановић	10	0	20	0	0	30	Похвала
11.	516	Страхиња Јовановић	ОШ „Вук Караџић“	Књажевац	Маја Савић	10	0	0	0	10	20	Похвала
12.	512	Јана Вељковић	ОШ „Д.Т.Каплар“	Књажевац	Иванка Станковић	20	0	0	0	0	20	Похвала
13.	517	Миа Тасић	ОШ „Вук Караџић“	Књажевац	Маја Савић	0	0	20	0	0	20	Похвала
14.	505	Матеја Ђорђевић	ОШ „Д. Максимовић“	Зајечар	Игор Василијић	0	0	20	0	0	20	Похвала
15.	510	Анђела Ђокић	ОШ „Д.Т.Каплар“	Књажевац	Данијела Милосављевић	10	0	0	0	0	10	
16.	515	Милица Костадиновић	ОШ „Вук Караџић“	Књажевац	Маја Лазаревић	6	0	0	0	0	6	
17.	504	Душан Стојиљковић	ОШ „Ђура Јакшић“	Зајечар	Милијана Ђорђевић	0	0	0	6	0	6	
18.	513	Урош Милошевић	ОШ, Хајдук Вељко"	Зајечар	Љубинка Калчић	0	0	0	6	0	6	

ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
ОСНОВНИХ ШКОЛА
РЕЗУЛТАТИ
6. РАЗРЕД

РБ	Шифра	Име и презиме ученика	Школа	Место	Наставник	Бодови						Награда
						1.	2.	3.	4.	5.	УКУПНО	
1.	616	Петар Спасић	ОШ "Љуба Нешић"	Зајечар	Маја Бојовић	20	8	0	20	20	68	I
2.	608	Јован Пејовић	ОШ Десанка Максимовић	Зајечар	Игор Василијић	20	0	0	20	20	60	I
3.	613	Милош Станојев	ОШ "Љуба Нешић"	Зајечар	Маја Бојовић	20	0	0	20	16	56	II
4.	628	Михајло Раденковић	ОШ „Д.Т.Каплар“	Књажевац	Иванка Станковић	10	0	20	20	0	50	II
5.	602	Ива Николић	ОШ „Д. Максимовић“	Зајечар	Драгана Милошевић	20	0	3	0	20	43	III
6.	622	Вук Богдановић	ОШ“М.Михаило“	Сокобања	Анета Николић	0	0	20	20	0	40	III
7.	612	Урош Алексић	ОШ "Љуба Нешић"	Зајечар	Маја Бојовић	20	0	0	0	20	40	III
8.	614	Урош Стојимировић	ОШ „Ј.Ј.Змај“	Салаш	Тања Антић	20	0	0	20	0	40	III
9.	603	Ленка Јовановић	ОШ“ Д. Максимовић“	Зајечар	Драгана Милошевић	10	0	20	0	0	30	Похвала
10.	620	Зара Маринковић	ОШ“М.Михаило“	Сокобања	Анета Николић	0	0	0	20	0	20	Похвала
11.	621	Адам Шапела	ОШ“М.Михаило“	Сокобања	Марко Шаровић	0	0	0	20	0	20	Похвала
12.	626	Јована Василев	ОШ „Д.Т.Каплар“	Књажевац	Весна Богдановић	20	0	0	0	0	20	Похвала
13.	630	Павле Јеремић	ОШ „Д.Т.Каплар“	Књажевац	Данијела Милосављевић	20	0	0	0	0	20	Похвала
14.	615	Дамјан Димитријевић	ОШ "Љуба Нешић"	Зајечар	Маја Бојовић	0	0	0	20	0	20	Похвала
15.	601	Јаков Ракић	ОШ „Д. Максимовић“	Зајечар	Игор Василијић	20	0	0	0	0	20	Похвала
16.	624	Ана Миленовић	ОШ „Љ. Р. Нада“	Зајечар	Слађана Николић	0	0	0	0	20	20	Похвала
17.	617	Мане Крстић	ОШ "Љуба Нешић"	Зајечар	Маја Бојовић	0	0	0	20	0	20	Похвала
18.	605	Биљана Мијовић	ОШ „Јеремија Илић Јегор“	Рготина	Александра Радојковић	20	0	0	0	0	20	Похвала
19.	607	Сава Костадиновић	ОШ „Д. Максимовић“	Зајечар	Игор Василијић	0	0	0	20	0	20	Похвала
20.	632	Петра Здравковић	ОШ „Д.Т.Каплар“	Књажевац	Иванка Станковић	0	0	3	0	16	19	Похвала
21.	623	Даница Стојковић	ОШ „Љ. Р. Нада“	Зајечар	Слађана Николић	0	0	9	0	8	17	
22.	627	Александра Миловановић	ОШ „Д.Т.Каплар“	Књажевац	Иванка Станковић	10	0	0	0	0	10	
23.	631	Никола Миљковић	ОШ „Д.Т.Каплар“	Књажевац	Иванка Станковић	0	0	3	0	0	3	
24.	619	Наталија Митровић	ОШ „Ђура Јакшић“	Зајечар	Ана Недељковић	0	0	3	0	0	3	

25.	609	Адријан Раденковић	ОШ "9.српска бригада"	Бољевац	Верица Милосављевић	0	0	0	0	0	0	
26.	610	Нина Илић	ОШ "9.српска бригада"	Бољевац	Миланка Крпетић	0	0	0	0	0	0	
27.	611	Сара Јевтић	ОШ "9.српска бригада"	Бољевац	Марина Петровић	0	0	0	0	0	0	
28.	629	Наталија Петровић	ОШ „Д.Т.Каплар“	Књажевац	Данијела Милосављевић	0	0	0	0	0	0	
29.	625	Драган Жикић	ОШ „Љ. Р. Нада“	Зајечар	Слађана Николић	0	0	0	0	0	0	
30.	618	Андрија Васиљевић	ОШ "Љуба Нешић"	Зајечар	Маја Бојовић	0	0	0	0	0	0	
31.	606	Вера Влаховић	ОШ „Д. Максимовић“	Зајечар	Игор Василијић	0	0	0	0	0	0	
32.	604	Нађа Петровић	ОШ“ Хајдук Вељко"	Зајечар	Љубинка Калчић	0	0	0	0	0	0	

ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ

ОСНОВНИХ ШКОЛА

РЕЗУЛТАТИ

7. РАЗРЕД

РБ	Шифра	Име и презиме ученика	Школа	Место	Наставник	Бодови						Награда
						1.	2.	3.	4.	5.	УКУПНО	
1.	707	Лена Станојевић	„Љ. Р.Нада“	Зајечар	Марија Никодијевић	8	20	0	8	20	56	I
2.	701	Немања Симовић	ОШ "Љуба Нешић"	Зајечар	Тања Савић Панчић	20	20	0	6	0	46	II
3.	702	Марко Миловић	ОШ "Љуба Нешић"	Зајечар	Тања Савић Панчић	20	20	3	0	0	43	III
4.	705	Миљана Станојевић	ОШ „Д.Т.Каплар“	Књажевац	Данијела Милосављевић	20	0	0	0	20	40	III
5.	706	Анастасија Шоршокановић	ОШ „Д. Максимовић“	Зајечар	Драгана Милошевић	0	20	0	0	10	30	Похвала
6.	703	Димитрије Мирчић	ОШ „Ђура Јакшић“	Зајечар	Тијана Јовановић	20	4	0	0	0	24	Похвала
7.	704	Урош Смадуловић	ОШ "9.српска бригада"	Бољевац	Миланка Крпетић	20	0	0	0	0	20	Похвала
8.	708	Петар Кулић	ОШ „Д. Максимовић“	Зајечар	Игор Василијић	8	0	0	0	0	8	
9.	709	Нађа Радовановић	ОШ „Вук Караџић“	Књажевац	Маја Лазаревић	0	0	0	0	0	0	

ОКРУЖНО ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ МАТЕМАТИКЕ
ОСНОВНИХ ШКОЛА
РЕЗУЛТАТИ
8. РАЗРЕД

РБ	Шифра	Име и презиме ученика	Школа	Место	Наставник	Бодови						Награда
						1.	2.	3.	4.	5.	УКУПНО	
1.	804	Теодора Мишић	ОШ „Вук Караџић“	Књажевац	Маја Лазаревић	20	0	20	20	20	80	I
2.	807	Софија Николић	ОШ „Ђура Јакшић“	Зајечар	Милијана Ђорђевић	20	20	20	0	15	75	I
3.	806	Нађа Јаначковић	ОШ „Д.Т.Каплар“	Књажевац	Весна Богдановић	20	0	20	0	15	55	II
4.	811	Мина Рајковић	ОШ „Д. Максимовић“	Зајечар	Игор Василијић	20	20	0	0	10	50	II
5.	808	Тара Лазаревић	ОШ „Д. Максимовић“	Зајечар	Драгана Милошевић	20	0	18	0	0	38	III
6.	813	Маша Тричковић	ОШ „Д. Максимовић“	Зајечар	Игор Василијић	20	8	0	0	7.5	35.5	III
7.	813	Матеја Џунић	ОШ „Хајдук Вељко“	Зајечар	Љиљана Марковић	20	0	0	0	15	35	III
8.	809	Маша Матијевић	ОШ „Д. Максимовић“	Зајечар	Игор Василијић	10	0	10	0	10	30	Похвала
9.	805	Лазар Милановић	ОШ „Д.Т.Каплар“	Књажевац	Весна Богдановић	20	2	0	0	0	22	Похвала
10.	810	Дуња Илић	ОШ „Д. Максимовић“	Зајечар	Драгана Милошевић	20	0	0	0	0	20	Похвала
11.	801	Анастасија Богосављевић	ОШ “9.српска бригада”	Бољевац	Марина Петровић	0	0	0	0	7.5	7.5	
12.	802	Катарина Стефановић	ОШ “9.српска бригада”	Бољевац	Марина Петровић	2	0	0	0	0	2	
13.	803	Катарина Лазаревић	ОШ “9.српска бригада”	Бољевац	Миланка Крпетић	0	0	0	0	0	0	